

СФЕРИЧЕСКИЕ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ТУМАНАХ С ФАЗОВЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ

Д.А. Губайдуллин

*Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН
420111, Казань, ул. Лобачевского, 2/31
gubajdullin@sci.kcn.ru*

Введение. Проблема распространения малых возмущений в смесях типа газ-частицы, пар-капли и пар-газ-капли (туманы) является одной из актуальных проблем механики и акустики многофазных систем. Большинство работ по акустике взвесей посвящено изучению распространения и затухания плоских монохроматических волн [1–16]. При этом значительная часть этих исследований проводилась в рамках монодисперсных моделей [1–10]. Краткий обзор по акустике монодисперсных туманов дан, например, в [8]. Учет влияния полидисперсного состава взвеси на распространение монохроматических возмущений в однокомпонентных смесях газа с частицами или пара с каплями выполнен в [11–14]. В [15] впервые исследованы особенности распространения монохроматических волн в двухкомпонентных полидисперсных смесях газа с паром и каплями жидкости. Получена общая дисперсионная зависимость волнового числа от частоты колебаний и теплофизических свойств фаз. Интересные эффекты из-за влияния фазовых превращений на распространение звука в двухфракционных туманах обнаружены в [16]. Первые результаты по изучению динамики импульсных волн малой амплитуды в монодисперсных парогазокапельных смесях изложены в [17]. Получены и проанализированы эволюционные уравнения типа волновых, описывающие распространение линейных волн в монодисперсных взвесах с фазовыми переходами. В [18] изучен аномальный эффект немонотонной зависимости диссипации слабых гармонических и импульсных возмущений от массовой концентрации капель m в монодисперсных аэрозолях с тепломассообменом. Парадоксальность обнаруженного кризиса затухания заключается в том, что в некотором диапазоне изменения m и частот возмущений наблюдается уменьшение затухания возмущений с увеличением концентраций капель, являющихся источником и

основной причиной диссипации волн. Влияние полидисперсного состава и фазовых превращений на эволюцию слабых импульсных возмущений в парогазокапельных средах изучено в [19]. Достаточно полное изложение линейной теории распространения плоских возмущений в моно- и полидисперсных двухфазных смесях газа с паром и каплями жидкости дано в [20, 21]. В настоящей работе впервые исследованы особенности распространения сферических и цилиндрических возмущений в моно- и полидисперсных парогазокапельных смесях с различными функциями распределения капель по размерам при учете нестационарных и неравновесных эффектов диффузионного массообмена между фазами. Показано существенное влияние тепломассообмена и геометрии процесса на эволюцию слабых импульсов в полидисперсных парогазокапельных системах. Отметим, что некоторые аспекты распространения сферических и цилиндрических волн в чистом газе рассмотрены ранее в [22, 23]. Результаты исследования распространения сферических и цилиндрических возмущений в моно- и полидисперсных газовзвесьях без фазовых превращений представлены в [24].

Основные уравнения. Система линейных интегро-дифференциальных уравнений движения полидисперсной парогазокапельной смеси в системе координат, относительно которой невозмущенная взвесь покоится, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'_i}{\partial t} + \rho_{i0} \frac{\partial v'_1}{\partial x^1} + (k_1 + k_2) \rho_{i0} \frac{\partial v'_1}{\partial x^1} &= -J, \\ \frac{\partial p'_2}{\partial t} + \int_{\Delta} \left(\frac{\partial v'_2}{\partial x^1} + (k_1 + k_2) \frac{v'_2}{x^1} \right) N_0 g_0 da &= J, \\ (J = \int_{\Delta} N_0 j da, \quad i = 1, V) \quad \rho_1 &= \rho_v + \rho_g, \\ \rho_{10} \frac{\partial v'_1}{\partial t} + \frac{\partial p'_1}{\partial x} + \int_{\Delta} N_0 da &= 0, \quad g_0 \frac{\partial v'_2}{\partial t} = f, \\ \rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T'_1}{\partial t} - \frac{\partial p'_1}{\partial t} &= - \int_{\Delta} N_0 q_1 da, \quad g_0 c_2 \frac{\partial T'_2}{\partial t} = -q_2, \end{aligned} \quad (1)$$

$$q_1 + q_2 = -j l_0, \quad (p'_1 = p'_V + p'_G, \quad c_{p1} = k_V c_{pV} + k_G c_{pG}),$$

$$n = \int_{\Delta} N(a) da, \quad \alpha_2 = \frac{4}{3} \pi \int_{\Delta} a^3(a) N(a) da, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1.$$

$$\rho_1 = \rho_1^0 \alpha_1, \quad \rho_2 = \rho_2^0 \alpha_2 = \int_{\Delta} g(a) N(a) da, \quad g(a) = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_2^0,$$

$$m = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad k_j = \frac{\rho_j}{\rho_1} \quad (j = V, G), \quad k_V + k_G = 1.$$

Система (1) при значениях параметров $k_1 = k_2 = 0$ описывает плоские волны в декартовых координатах $(x^1, x^2, x^3 = x, y, z)$ [20], при $k_1 = 1, k_2 = 0$ – цилиндрические волны в цилиндрических координатах $(x^1, x^2, x^3 = r, \varphi, z)$, при $k_1 = 1, k_2 = 1$ – сферические волны в сферических координатах $(x^1, x^2, x^3 = r, \varphi, \phi)$.

Здесь и далее ρ^0, ρ, v, p, T – истинная и средняя плотности, скорость, давление и температура; f – сила, действующая со стороны газа на отдельную каплю, J – суммарная интенсивность межфазного массообмена в единице объема, которая определяется диффузионным потоком пара к поверхности капли и интенсивностью конденсации или испарения на поверхности отдельной капли; j, q_i – интенсивность межфазного массообмена и тепловой поток между поверхностью капли и i -ой фазой ($i = 1, 2$), c, l – теплоемкость и удельная теплота парообразования; $N(a)$ – функция распределения капель по размерам во взвеси с минимальным a_{\min} и максимальным a_{\max} радиусами капель на отрезке $\Lambda = [a_{\min}, a_{\max}]$, n, α – число частиц в единице объема и объемное содержание, g, m, k_j – масса одной капли, начальное массовое содержание капель и начальная массовая концентрация компонент газовой фазы. Нижние индексы 1 и 2 относятся к параметрам газовой фазы и каплям, V и G – к параметрам парового и газового компонента несущей фазы; штрихи обозначают возмущения параметров, индекс 0 – начальное невозмущенное состояние.

Будем исследовать решения системы линейных уравнений (1), имеющие вид прогрессивных волн для потенциалов скоростей фаз:

$$\varphi'_{1,2} = A_{1,2} \exp i(K_*x - \omega t) - \text{для плоских возмущений}, \quad (2)$$

$$\varphi'_{1,2} = A_{1,2} H(K_*r) \exp i(K_*r - \omega t) - \text{для цилиндрических возмущений},$$

$$\varphi'_{1,2} = A_{1,2} \frac{1}{r} \exp i(K_*r - \omega t) - \text{для сферических возмущений},$$

$$K_* = K + iK_{**}, \quad C^{(p)} = \frac{\omega}{K}, \quad C^{(g)} = \frac{d\omega}{dK}, \quad \sigma = 2\pi \frac{K_{**}}{K}, \quad (i^2 = -1),$$

где H – функция Ханкеля, K_* – комплексное волновое число, ω – частота возмущений, $C^{(p)}$ и $C^{(g)}$ – фазовая и групповая скорости, σ – декремент затухания на длине волны.

Предполагается, что компоненты газообразной фазы являются калорически совершенными газами. Капли считаются несжимаемыми.

В рамках проводимого линейного анализа в соответствии с принципом суперпозиции любое акустическое возмущение может быть представлено как сумма наложенных друг на друга гармонических возмущений. При этом эффекты, связанные с негармоничностью импульса, могут быть определены как сумма эффектов, создаваемых в отдельности каждой из составляющих гармоник. Поэтому при задании межфазного взаимодействия используем соотношения, полученные для гармонических волн. Интенсивность межфазного взаимодействия зависит от частоты колебаний ω и будет определяться в соответствии с [20].

Выразив амплитуды параметров фаз (скорости, давления, плотности и температур) и их производные через потенциалы скоростей φ_1 и φ_2 , подставив полученные выражения в систему уравнений (1) и отыскивая решения вида (2), можно получить единое дисперсионное соотношение, определяющее распространение как плоских, так сферических и цилиндрических возмущений в полидисперсных смесях газа с паром и каплями жидкости и по виду совпадающее с выражением в [20].

Основные результаты. Исследуем особенности распространения импульсных возмущений прямоугольной формы в полидисперсной смеси воздуха с паром и каплями воды при давлении $p_{10} = 0.1$ МПа и концентрации пара $k_{v0} = 0.1$ ($T_0 = 327$ К). Значение коэффициента аккомодации $\beta = 0.04$. Примем равномерное распределение масс фракций по размерам капель

($N(a) = \text{const} \cdot a^{-3}$) при следующих значениях минимального и максимального радиусов капель соответственно: $a_{\min} = 10^{-6}$ м, $a_{\max} = 10^{-5}$ м. Для проведения расчетов используем методику, изложенную в [17]. Отметим, что число гармоник в программе БПФ [25], подбираемое из условия движения импульса прямоугольной формы без изменения первоначальной формы при отсутствии дисперсии и диссипации волн, весьма значительно.

На рис. 1 показано влияние геометрии процесса на распространение прямоугольного импульса давления в полидисперсной смеси воздуха с паром и каплями воды с учетом фазовых превращений. Начальное возмущение инициировалось на границе взвеси при $x_0^1 = 1.0$ м. Показаны плоский (кривые а), цилиндрический (кривые б) и сферический (кривые с) случаи. Цифры у кривых соответствуют расстоянию в метрах от начала координат.

Затухание сферических и цилиндрических возмущений происходит и в чистом газе без частиц ($m = 0$). Уменьшение амплитуды импульса в чистом газе происходит в силу сферической и цилиндрической симметрии задачи.

Оценку изменения величины амплитуды цилиндрического импульса в чистом газе на больших расстояниях можно получить используя соответствующую асимптотику, полученную в [22]. В соответствии с этой оценкой амплитуда цилиндрической волны в чистом газе падает на больших расстояниях обратно пропорционально корню из расстояния до оси г.

Учет двухфазности среды приводит не только к более сильному затуханию из-за процессов межфазного трения и теплообмена, но и к значительному изменению формы прямоугольных импульсов давления в сферическом и цилиндрическом случаях, поскольку имеют место дисперсия скорости распространения гармоник и зависимость их затухания от частоты возмущений. При этом распространение и затухание переднего фронта импульсного возмущения определяется закономерностями распространения высокочастотных гармоник, составляющих импульс. Поэтому передний фронт волны распространяется с замороженной скоростью звука C_f , близкой к скорости звука в воздухе при отсутствии капель. Диссипация высокочастотных гармоник с увеличением массового содержания капель возрастает, что приводит к более значительному затуханию переднего фронта возмущения при $m=1.0$, чем при $m=0.1$. Сильное искажение формы

волны при $m=1.0$ связано также со значительным затуханием основных низкочастотных гармоник, составляющих длинноволновой импульс.

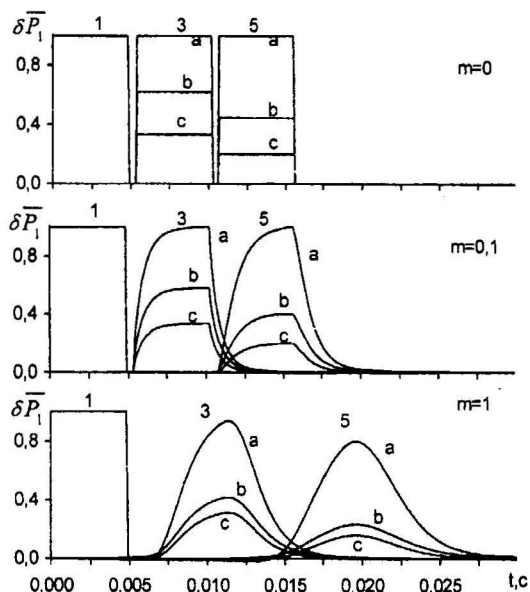


Рис. 1

Таким образом, процесс трансформации прямоугольного импульсного возмущения при эволюции в полидисперсных туманах как в плоском, так в сферическом и цилиндрическом случаях определяется различным характером зависимости диссипации гармонических составляющих разных частот от массового содержания капель (немонотонным характером затухания для низкочастотных возмущений [20] и монотонным – для высокочастотных составляющих). При этом импульс, имевший первоначально прямоугольную форму, при распространении под воздействием дисперсии и диссипации принимает колоколообразную форму или вид гауссовой кривой, что соответствует анализу, приведенному в [17] для случая плоских возмущений в монодисперсной взвеси.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда НИОКР Республики Татарстан и в рамках ФЦП “Интеграция” (код проекта 244).

ЛИТЕРАТУРА

1. Cole J.E., Dobbins R.A. *Measurements of attenuation and dispersion of sound by a warm air fog* // J. Atm. Sci. – 1971. – V. 28. – No. 2. – P. 202–209.
2. Davidson G.A. *Sound propagation in fogs* // J. Atm. Sci. – 1975. – V. 32. – No. 11. – P. 2201–2205.
3. Marble F.E. *Dynamics of dusty gases* // In: Annual review of fluid mechanics, Palo Alto, Calif. – 1970. – V. 2. – P. 337–346. – Рус. пер.: Марбл Ф. *Динамика запыленных газов* // В сб. переводов иностранных статей: Механика. – 1971. – № 6. – С. 48–89.
4. Гумеров Н.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И. *Дисперсия и диссипация акустических волн в газовозвесах* // Докл. АН СССР. – 1983. – Т. 272. – № 3. – С. 560–563.
5. Gumerov N.A., Ivandaev A.I., Nigmatulin R.I. *Sound waves in mono-disperse gas-particle or vapour-droplet mixtures* // J. Fluid Mech. – 1988. – V. 193. – P. 53–74.
6. Губайдуллин Д.А. *О влиянии тепломассообмена на распространение звуковых волн в парогазокапельных системах* // Вестник МГУ. Серия Математика. Механика. – 1987. – № 3. – С. 95–98.
7. Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. *Скорость и затухание звука в парогазокапельных системах. Роль тепломассообменных процессов* // Журнал прикл. мех. и техн. физ. – 1987. – № 3. – С. 115–123.
8. Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. *Влияние фазовых превращений на распространение звука в туманах. Сопоставление теории с экспериментом* // Журнал прикл. мех. и техн. физ. – 1990. – № 6. – С. 27–34.
9. Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. *Характерные времена процессов взаимодействия фаз и их влияние на дисперсию и абсорбцию акустических волн в парогазокапельных системах* // Теплофиз. высок. температур. – 1991. – Т. 29. – № 1. – С. 121–127.
10. Шагапов В.Ш. *О распространении малых возмущений в парогазокапельной среде* // Теплофиз. высок. температур. – 1987. – Т. 25. – № 6. – С. 1148–1154.
11. Temkin S., Dobbins R.A. *Measurement of attenuation and dispersion of sound by an aerosol* // J. Acoust. Soc. Am. – 1966. – V. 40. – № 5. – P. 1016–1024.
12. Ishii R., Matsuhisa H. *Steady reflection, absorption and transmission of small disturbances by a screen of dusty gas* // J. Fluid Mech. – 1983. – V. 130. – P. 259–277.

13. Гумеров Н.А., Ивандаев А.И. *Распространение звука в полидисперсных газовзвесах* // Журнал прикл. мех. и техн. физ. – 1988. – № 5. – С. 115–124.
14. Нигматулин Р.И. *Динамика многофазных сред*. Ч. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
15. Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. *Распространение акустических возмущений в полидисперсных туманах* // Теплофиз. высок. температур. – 1992. – № 5. – С. 935–941.
16. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А. *Влияние фазовых превращений в акустике полидисперсных туманов* // Докл. АН России. – 1996. – Т. 347. – № 3. – С. 330–333.
17. Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. *Динамика импульсных волн малой амплитуды в парогазокапельных системах* // Журнал прикл. мех. и техн. физ. – 1991. – № 2. – С. 106–113.
18. Нигматулин Р.И., Ивандаев А.И., Губайдуллин Д.А. *Эффект немонотонной зависимости диссипации звука от концентрации капель в акустике газовзвесей* // Докл. АН СССР. – 1991. – Т. 316. – № 3. – С. 601–605.
19. Губайдуллин Д.А. *Динамика слабых импульсных возмущений в полидисперсных смесях газа с паром и каплями жидкости* // Теплофиз. высок. температур. – 1998. – Т. 36. – № 6. – С. 944–949.
20. Губайдуллин Д.А. *Динамика двухфазных парогазокапельных сред*. – Казань: Изд-во Казанс. Матем. Общества, 1998. – 153 с.
21. Gubaidullin D.A., Nigmatulin R. I. *On Theory of Acoustic Waves in polydispersed Gas–Vapor–Droplet Suspension* // Int. J. of Multiphase Flow. – 2000. – V. 26. – P. 207–228.
22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика*. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
23. Уизем Дж. *Линейные и нелинейные волны*. – М.: Мир, 1977. – 622 с.
24. Губайдуллин Д.А., Лаптев С.А., Никифоров А.А. *Динамика сферических и цилиндрических волн малой амплитуды в полидисперсных газовзвесах* // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2000. – Т. 5–6. – С. 17–24.
25. Гапонов В.А. *Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов*. Препр. АН СССР, Сиб. Отделение, ИТ. 1976. – 19 с.